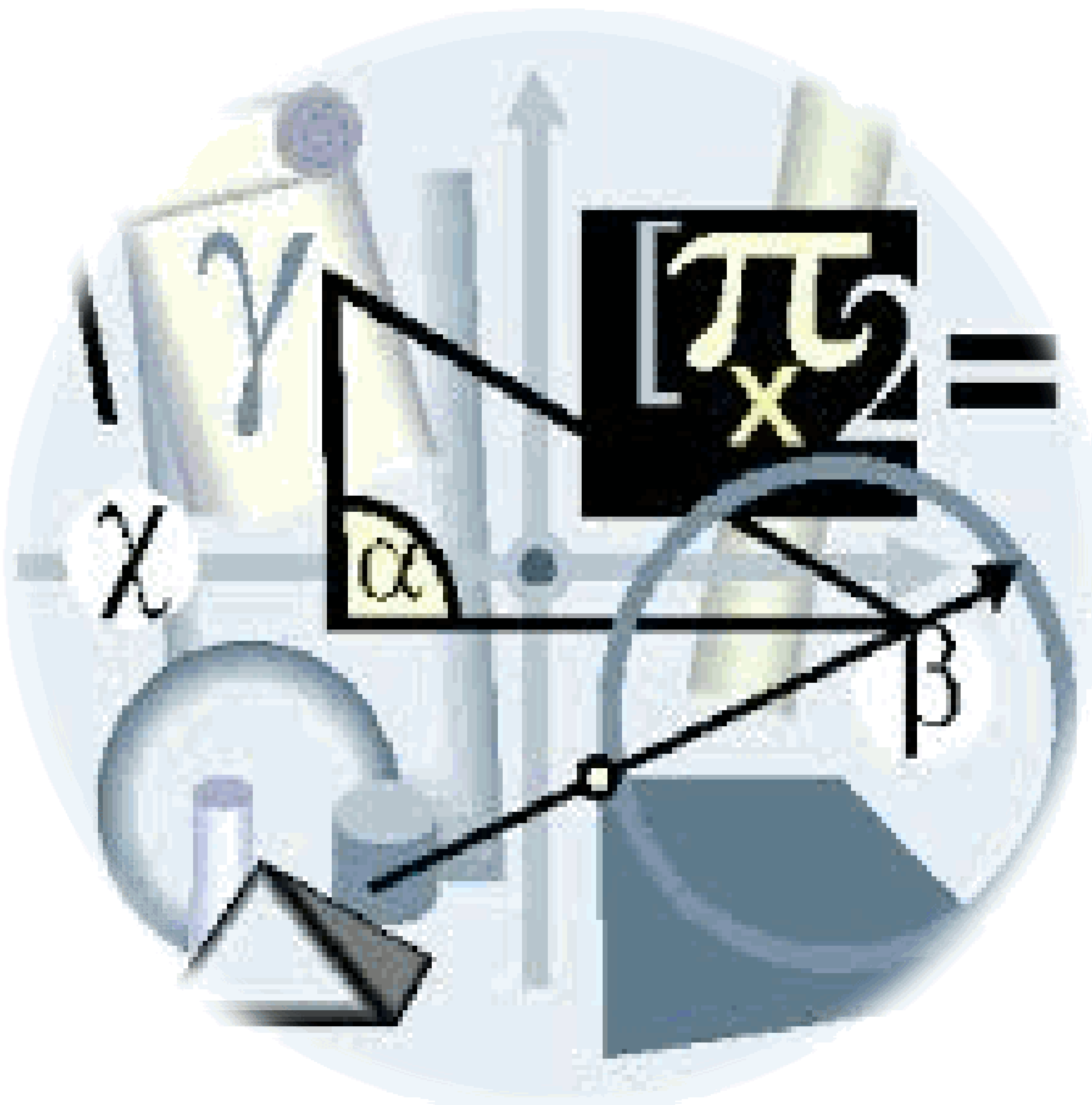
ملخص لأهم القوانين والعلاقات الرياضية



تجميع فوزية المغامسي

أولاً : الحساب

<table>
<tr><th>م</th><th>المفردة</th><th>التعريفات والقوانين</th></tr>
<tr><td>١</td><td>المجموعات العددية</td><td>الأعداد الطبيعية = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ... }
الأعداد الكلية = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ... }
الأعداد الصحيحة = { ... ، ٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ ، ... }
الأعداد النسبية ن = { $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب ∈ ص ، ب ≠ صفر }
الأعداد غير النسبية نَ = الجذور الصماء مثل $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٧}$ ، π
الأعداد الحقيقية ح = ن ∪ نَ
العدد الزوجي : هو الذي أحاده يقبل القسمة على ٢
العدد الفردي : هو الذي أحاده لا يقبل القسمة على ٢
الأعداد الأولية : هي الأعداد الصحيحة الأكبر من ١ ولا تقبل القسمة إلا على نفسها والواحد الصحيح مثل { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ... }</td></tr>
<tr><td>٢</td><td>الكسور الاعتيادية</td><td>(١) $\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{د} = \frac{أ د + ب جـ}{ب د}$
(٢) $\frac{أ}{ب} - \frac{جـ}{د} = \frac{أ د - ب جـ}{ب د}$
(٣) $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} = \frac{أ \times جـ}{ب \times د}$
(٤) $\frac{أ}{ب} \div \frac{جـ}{د} = \frac{أ}{ب} \times \frac{د}{جـ} = \frac{أ \times د}{ب \times جـ}$</td></tr>
<tr><td>٣</td><td>الكسور العشرية</td><td>(١) في حالة الضرب في قوى العشرة نحرك العلامة العشرية جهة اليمين عدد من المنازل يساوي عدد الأصفار في قوى العشرة .
مثال : ١,٢٥ × ١٠ = ١٢,٥ ، ١,٢٥ × ١٠٠ = ١٢٥,٠ ، ١,٢٥ × ١٠٠٠ = ١٢٥٠,٠
(٢) في حالة القسمة على قوى العشرة نحرك العلامة العشرية جهة اليسار عدد من المنازل تساوي عدد الأصفار في قوى العشرة .
مثال : ١,٢٥ ÷ ١٠ = ٠,١٢٥ ، ١,٢٥ ÷ ١٠٠ = ٠,٠١٢٥ ، ١,٢٥ ÷ ١٠٠٠ = ٠,٠٠١٢٥</td></tr>
</table>

أولاً: الحساب

م	المفردة	التعريفات والقوانين
٤	الحركة	**قوانين الحركة بالنسبة لجسم واحد :** (١) المسافة = السرعة × الزمن (٢) السرعة = $\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$ (٣) الزمن = $\frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$ **قوانين حركة جسمين في اتجاهين متعاكسين :** (١) ف = (ع١ + ع٢) × ن (٢) ن = $\frac{\text{ف}}{\text{ع١ + ع٢}}$ (٣) ع١ + ع٢ – $\frac{\text{ف}}{\text{ن}}$ **قوانين حركة جسمين في اتجاه واحد :** (١) ف = (ع١ ع٢) × ن (٢) ن = $\frac{\text{ف}}{\text{ع١ - ع٢}}$ (٣) ع١ ع٢ = $\frac{\text{ف}}{\text{ن}}$ **ملاحظة : الحركة في اتجاهين متعاكسين نجمع السرعتين ، الحركة في اتجاه واحد نطرح السرعتين .**
٥	السرعة المتوسطة	(١) السرعة المتوسطة (ذهاباً وإياباً) = $\frac{\text{المسافة الإجمالية (ذهاباً وإياباً)}}{\text{الزمن الإجمالي (ذهاباً وإياباً)}}$ (٢) السرعة المتوسطة – $\frac{\text{٢ × حاصل ضرب السرعتين}}{\text{مجموع السرعتين}}$ (٣) $\frac{\text{١}}{\text{ع الذهاب}}$ + $\frac{\text{١}}{\text{ع الإياب}}$ = $\frac{\text{٢}}{\text{ع المتوسطة}}$

أولاً : الحساب

<table>
<tr><th>م</th><th>المفردة</th><th>التعريفات والقوانين</th></tr>
<tr><td>٦</td><td>عدد المستطيلات</td><td>

عدد المستطيلات الناشئة من تقسيم مستطيل إلى مستطيلات صغيرة يعطى بالقانون التالي :

عدد المستطيلات = $\frac{\text{م}\,(\text{م}+١)\times \text{ن}\,(\text{ن}+١)}{٤}$

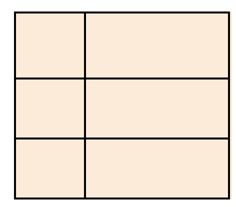
حيث : م = عدد الصفوف ، ن = عدد الأعمدة

</td></tr>
<tr><td>٧</td><td>عدد المربعات</td><td>

عدد المربعات الناشئة من تقسيم مربع طول ضلعه ن يعطى بالقانون التالي :

$\sum_{\text{ر}=١}^{\text{ن}} \text{ر}^٢$ **حيث** ر = ١ ، ٢ ، ٣ ، ... ، ن

مثال : كم عدد المربعات في الشكل التالي :



الحل :

$\sum_{\text{ر}=١}^{٣} \text{ر}^٢ = (١)^٢ + (٢)^٢ + (٣)^٢ = ١ + ٤ + ٩ = ١٤$ مربعاً

</td></tr>
<tr><td>٨</td><td>قدرة العامل والصنبور</td><td>

قاعدة (١) :

مدة إنجاز العمل كله = $\frac{\text{حاصل ضرب العددين}}{\text{مجموع العددين}}$

قاعدة (٢) :

ما ينجز خلال يوم أو ساعة = $\frac{\text{مجموع العددين}}{\text{حاصل ضربهما}}$

مدة أنجاز العمل كله = $\frac{١}{\text{ما ينجز خلال يوم أو ساعة}}$

قاعدة (٣) :

$\frac{١}{\text{ز}} = \frac{١}{\text{ز}_١} + \frac{١}{\text{ز}_٢}$

حيث :

ز زمن (مدة انجاز العمل سوياً)

$\text{ز}_١$ زمن الشخص الأول بمفردة

$\text{ز}_٢$ زمن الشخص الثاني بمفردة

مثال : يستغرق سالم ٨ ساعات لحرث حقل والده بينما يستغرق صالح ١٠ ساعات لحرث الحقل نفسه ، إذا عمل الاثنان معاً في حرث الحقل فكم يستغرقان من الوقت ؟

$\frac{١}{\text{ز}} = \frac{١}{\text{ز}_١} + \frac{١}{\text{ز}_٢} = \frac{١}{٨} + \frac{١}{١٠} = \frac{١٨}{٨٠}$

إذاً

$\text{ز} = \frac{٨٠}{١٨} = ٤\frac{٤}{٩}$ ساعة

</td></tr>
</table>

أولاً : الحساب

<table>
<tr><th>م</th><th>المفردة</th><th>التعريفات والقوانين</th></tr>
<tr><td>٨</td><td>قدرة العامل والصنبور</td><td>قاعدة (٤) :
زمن التعبئة = $\frac{\text{حاصل الضرب}}{\text{حاصل الجمع}}$
قاعدة (٥) :
زمن التفريغ = $\frac{\text{حاصل الضرب}}{\text{حاصل الطرح}}$
مثال : صنبور ماء يملأ خزان في ٤ ساعات ، وفي أسفل الخزان يوجد فتحة للتفريغ ، تفرغ الخزان كاملاً في ساعة . لو فتحنا الصنبور والفتحة معاً (وكان الخزان ممتلئ) فكم يحتاج الخزان من الوقت ليفرغ تماماً ؟
الحل :
١ ساعة = ٦٠ دقيقة
٤ ساعات = ٤ × ٦٠ = ٢٤٠ دقيقة
زمن التفريغ = $\frac{\text{حاصل الضرب}}{\text{حاصل الطرح}} = \frac{\text{٢٤٠} \times \text{٦٠}}{\text{٢٤٠} - \text{٦٠}} = \frac{\text{١٤٤٠٠}}{\text{١٨٠}}$ = ٨٠ دقيقة</td></tr>
<tr><td>٩</td><td>النسبة</td><td>لإيجاد النسبة نضع العدد الذي معه كلمة إلى في المقام ثم نبسط الكسر إن أمكن .</td></tr>
<tr><td>١٠</td><td>التناسب</td><td>إذا كانت الأعداد أ ، ب ، جـ ، د متناسبة فإن $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}} \Longleftarrow$ أ × د = ب × جـ
(حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين)</td></tr>
<tr><td>١١</td><td>التناسب الطردي</td><td>في كثير من المواقف الحياتية تلاحظ أن هناك علاقة بين كميتين وتلاحظ أيضاً أن الزيادة في إحدى الكميتين يتبعها زيادة في الكمية الأخرى بالنسبة نفسها .
أو النقصان في إحدى الكميتين يتبعها نقصان في الكمية الأخرى بالنسبة نفسها .
العلاقة هي :-
أ   ب
جـ   د
إذاً :
مثال : إذا كان ثمن ١٠ دفاتر يساوي ١٢ ريال . فكم يبلغ ثمن ١٥ دفتراً من النوع نفسه ؟
الحل :
١٠ دفاتر   ١٢ ريال
١٥ دفتر   س ريال
(كلما زاد عدد الدفاتر زاد الثمن) نوع التناسب طردي
١٠ × س = ١٥ × ١٢
س = ١٨ ريال</td></tr>
</table>

أولاً : الحساب

م	المفردة	التعريفات والقوانين
١٢	التناسب العكسي	**في كثير من المواقف الحياتية تلاحظ أن هناك علاقة بين كميتين وتلاحظ أيضاً أن الزيادة في إحدى الكميتين يتبعها نقصان في الكمية الأخرى بالنسبة نفسها أو النقصان في إحدى الكميتين يتبعها زيادة في الكمية الأخرى بالنسبة نفسها** **العلاقة هي :** أ ← ب جـ ← د **إذاً :** أ × ب = جـ × د **مثال : ينهي ٥٦ عاملاً مشروعاً خلال ٣ أيام . كم عاملاً يستطيعون إنهاء المشروع في يومين ؟** الحل : ٥٦ عامل ← ٣ أيام س عامل ← ٢ يوم (قللت عدد الأيام لازم أزود عدد العمال) نوع التناسب عكسي إذاً س × ٢ = ٥٦ × ٣ س = ٨٤ عاملاً
١٣	الضرب التبادلي	**الخانة الأولى للأشخاص ، الخانة الثانية للمادة ، الخانة الثالثة للزمن** **مثال : يقطع ثلاث عمال ٣ ألواح خشبية إلى قطع متساوية في ٣ دقائق ، كم لوحاً يقطعها ٩ عمال في ٤ ساعات ؟** الحل : نحول من ساعة إلى دقيقة = ٤ × ٦٠ = ٢٤٠ دقيقة عمال ألواح دقائق ٣ ٣ ٣ ٩ س ٢٤٠ إذاً ٣ × س × ٣ = ٩ × ٣ × ٢٤٠ س = ٧٢٠ لوحاً

أولاً : الحساب

م	المفردة	التعريفات والقوانين
١٤	النسبة المئوية	النسبة $\frac{٧٥}{١٠٠}$ تسمى نسبة مئوية لأن حدها الثاني ١٠٠ وتكتب على الصورة ٧٥ ٪ وتقرأ ٧٥ في المائة وعلى ذلك فإن ٧٥ ٪ = $\frac{٧٥}{١٠٠}$ = ٠,٧٥ قاعدة : النسبة المئوية = $\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}}$ × ١٠٠ مثال: ما هي النسبة المئوية للعدد ٩ من ٤٥ . الحل: النسبة المئوية = $\frac{٩}{٤٥}$ × ١٠٠ = ٢٠٪
١٥	مقياس الرسم	مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$ مثال : المسافة بين بلدين ٣٥ كيلو متراً ، فإذا كانت المسافة بين البلدين على الخريطة ٥ سنتيمترات . أوجد مقياس الرسم الذي رُسمت به هذه الخريطة ؟ الحل : مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$ = $\frac{٥}{٣٥ \times ١٠٠٠ \times ١٠٠}$ = $\frac{١}{٧٠٠٠٠٠}$ = ١ : ٧٠٠٠٠٠

ثانيًا : الجبر

<table>
<tr><th>م</th><th>المفردة</th><th>التعريفات والقوانين</th></tr>
<tr><td>١</td><td>الأسس والجذور</td><td>
ضرب وقسمة قوتين لعدد:
• $\text{س}^{\text{م}} \times \text{س}^{\text{ن}} = \text{س}^{\text{م}+\text{ن}}$
• $\text{س}^{\text{م}} \div \text{س}^{\text{ن}} = \text{س}^{\text{م}-\text{ن}}$
مثال:
$\text{س}^{٣} \times \text{س}^{٤} = \text{س}^{(٣+٤)} = \text{س}^{٧}$
$\text{س}^{١٣} \div \text{س}^{٨} = \text{س}^{(١٣-٨)} = \text{س}^{٧}$

قوة حاصل ضرب عددين:
$(\text{س} \times \text{ص})^{\text{ن}} = \text{س}^{\text{ن}} \times \text{ص}^{\text{ن}}$
مثال:
$(\text{س} \times \text{ص})^{٤} = \text{س}^{٤} \times \text{ص}^{٤}$

قوة حاصل قسمة عددين
$\left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right)^{\text{ن}} = \frac{\text{س}^{\text{ن}}}{\text{ص}^{\text{ن}}}$ $\text{ص} \neq \text{صفر}$
مثال:
$\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢} = \frac{٣^{٢}}{٥^{٢}} = \frac{٩}{٢٥}$

قوة قوة عدد:
$(\text{س}^{\text{م}})^{\text{ن}} = \text{س}^{\text{م} \times \text{ن}}$
مثال:
$(\text{س}^{٣})^{٤} = \text{س}^{٣ \times ٤} = \text{س}^{١٢}$

تبسيط الجذور التربيعية:
نحلل العدد ثم نخرج من داخل الجذر التربيعي العـــدد المربع (ذات الأس الزوجي).
مثال:
$\sqrt{١٢} = \sqrt{٤ \times ٣} = ٢\sqrt{٣}$

قوة عدد نسبي:
$\text{س}^{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}} = \sqrt[\text{ب}]{\text{س}^{\text{أ}}}$
</td></tr>
</table>

م	المفردة	التعريفات والقوانين	
	تابع الأسس والجذور	**جمع وطرح الجذور التربيعية:** لجمع الجذور التربيعية نبسطها أولاً ، ثم نجمع عوامـــل الجذور المتشابهة بعد تبسيطها.	**مثال:** $٢\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٣} = (٢ + ٣)\sqrt{٣} = ٥\sqrt{٣}$
		ضرب وقسمة الجذور التربيعية: • $\sqrt{أ} \times \sqrt{ب} = \sqrt{أ \times ب}$ ، أ ≥ صفر ، ب ≥ صفر • $\frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}} = \sqrt{\frac{أ}{ب}}$ ، أ ≥ صفر ، ب > صفر	**مثال:** • $\sqrt{٣} \times \sqrt{٥} = \sqrt{٣ \times ٥} = \sqrt{١٥}$ • $\frac{\sqrt{٦}}{\sqrt{٣}} = \sqrt{\frac{٦}{٣}} = \sqrt{٢}$
		الأسس السالبة والكسرية: • $س^{-ن} = \frac{١}{س^{ن}}$ ، س ≠ صفر • $(\frac{س}{ص})^{-ن} = (\frac{ص}{س})^{ن}$ ، س ≠ صفر • $(س)^{\frac{١}{ص}} = \sqrt[ص]{س}$ ، س ≥ صفر ، ص > صفر	**مثال:** • $٣^{-٢} = \frac{١}{٣^{٢}} = \frac{١}{٩}$ • $(\frac{٥}{٣})^{-٢} = (\frac{٣}{٥})^{٢} = \frac{٣^{٢}}{٥^{٢}} = \frac{٩}{٢٥}$ • $(٤)^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{٤} = ٢$

التعريفات والقوانين	المفردة	م
	تابع الأسس والجذور	

تذكري دائمًا أن :

$(٢)^{٢}$ = ٤	$(٣)^{٢}$ = ٩	$(٤)^{٢}$ = ١٦	$(٥)^{٢}$ = ٢٥	$(٦)^{٢}$ = ٣٦
$(٧)^{٢}$ = ٤٩	$(٨)^{٢}$ = ٦٤	$(٩)^{٢}$ = ٨١	$(١٠)^{٢}$ = ١٠٠	$(١١)^{٢}$ = ١٢١
$(١٢)^{٢}$ = ١٤٤	$(١٥)^{٢}$ = ٢٢٥	$(٢٠)^{٢}$ = ٤٠٠	$(٢٥)^{٢}$ = ٦٢٥	$(٣٠)^{٢}$ = ٩٠٠

من خواص الأسس:

- أيُّ عدد حقيقي أسه صفر فإن الناتج = ١
- إذا كان $ع^{س} = ع^{ص}$ ، فإن س = ص

بمعنى آخر : إذا تساوى الأساس فإن الأسس متساوية .

ثانيًا : الجبر

م	المفردة	التعريفات والقوانين
٢	العبارات الجبرية	

التعريفات والقوانين	مثال
حساب العبارة: لحساب القيمة العددية لعبارة جبرية نعوض القيمة المعطاة بدل المتغير	**مثال:** أوجد القيمة العددية للعبارة الجبرية $س^{٢}+٥س-٦$ عندما $س=-٢$. القيمة$=(-٢)^{٢}+٥(-٢)-٦ = ٤-١٠-٦ = -١٢$
جمع وطرح وحيدات الحد المتشابهة: نجمع ونطرح العوامل بينما الجزء الحرفي يبقى على ما هو عليه.	**مثال:** $٢س+٣س = (٢+٣)\ س = ٥س$
جمع وطرح كثيرات الحدود: نجمع ونطرح المعاملات المتشابهة	**مثال:** $(٣س^{٢}+٥س-٧)-(س^{٢}+١٢)$ $= (٣س^{٢} - س^{٢}) + ٥س -٧-١٢$ $= ٢س^{٢} + ٥س - ١٩$
الفرق بين مربعين: $أ^{٢} - ب^{٢} = (أ - ب)(أ + ب)$	**مثال:** $س^{٢} - ٩ = (س - ٣)(س + ٣)$
مربع مجموع حدين: $(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}$	**مثال:** $(٢س + ٣)^{٢} = ٤س^{٢} + ١٢س + ٩$
مربع الفرق بين حدين: $(أ - ب)^{٢} = أ^{٢} - ٢أب + ب^{٢}$	**مثال:** $(س - ٥)^{٢} = س^{٢} - ١٠س + ٢٥$

الفرق بين مكعبين = $أ^{٣} - ب^{٣} = (أ - ب)\,(أ^{٢} + أ\,ب + ب^{٢})$

مجموع مكعبين = $أ^{٣} + ب^{٣} = (أ + ب)\,(أ^{٢} - أ\,ب + ب^{٢})$

ثانيًا : الجبر

م	المفردة	التعريفات والقوانين
٣	حل المعادلات	**حل المعادلة الخطية:** لحل معادلة خطية نفعل ما هو ضروري في طرفي المعادلة لجعل المتغيرات في طرف والأعداد في طرف. **مثال:** حل المعادلة ٥س − ١٢ = −٢س + ٩ . **الحل:** ⇐ ٥س + ٢س = ٩ + ١٢ ⇐ ٧س = ٢١ ⇐ س = ٣ **حل المعادلات التربيعية:** لحل معادلة الدرجة الثانية نستخدم التحليل أو إكمال المربع أو القانون العام المميز . **مثال:** حل المعادلة: س^٢ + ٥س + ٦ = صفر **الحل:** نبحث عن عددين حاصل ضربهما ٦ وحاصل جمعهما ٥ ، فنجد أنهما ٢ ، ٣ . إذاً: س^٢ + ٥س + ٦ = ٠ ⇐ (س+٢)(س+٣)=٠ ⇐ (س+٢) = ٠ أو (س+٣)=٠ ⇐ س = −٢ أو س = −٣ **حل نظام معادلتين من الدرجة الأولى ذات مجهولين:** نوحد المعادلتين إلى معادلة واحدة بحيث نقوم بحذف أحد المتغيرين. **مثال:** حل النظام: س+ص=٦ ، ٢س −٣ص=٧. **الحل:** لكي نحذف ص نضرب المعادلة الأولى في ٣ ثم نجمع المعادلتين. ٣س + ٣ص = ١٨ ٢س − ٣ص = ٧ ⇐٥س=٢٥ ⇐س=٥ بالتعويض في المعادلة الأولى نحصل على: ٥ + ص = ٦ ⇐ ص = ١ إذاً : حل النظام هو (٥ ، ١) **حل المتباينات:** • نجعل المتغيرات في طرف والأعداد في طرف. • عند ضرب أو قسمة المتباينة بعدد سالب تعكس اتجاه المتباينة. **مثال:** حل المتباينة: ٢س+٥ > ٤س + ١٧ **الحل:** ⇐ ٢س −٤س > ١٧ − ٥ ⇐ −٢س > ١٢ (بقسمة الطرفين على −٢) ⇐ س < −٦

رابعًا : الإحصاء والاحتمالات

التعريفات والقوانين

- المتوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

- الوسط الحسابي لعينة من الأرقام تمثل متتابعة حسابية = $\frac{\text{أصغر عدد + أكبر عدد}}{٢}$

- مجموع القيم = الوسط الحسابي × عدد القيم

مثال : أوجدي مجموع عشرة أعداد وسطها الحسابي يساوي ٦٠ ؟

الحل : مجموع القيم = ٦٠ × ١٠ = ٦٠٠

- إيجاد العدد الناقص باستخدام الوسط الحسابي = العدد الناقص − (الوسط الحسابي ضرب عدد القيم) − مجموع القيم المعطاة

مثال : إذا كان الوسط الحسابي للأعداد ٨ ، ١٢ ، س يساوي ١١ أوجدي قيمة س ؟

الحل : العدد الناقص = (الوسط الحسابي × عدد القيم) − مجموع القيم المعطاة

س = (١١ × ٣) − (٨ + ١٢) = ٣٣ − ٢٠ = ١٣

- الوسيط : الوسيط هو القيمة المتوسطة في الترتيب بعد ترتيب القيم تصاعديًا أو تنازليًا .

- المنوال : المنوال هو القيمة الأكثر شيوعًا .

- مبدأ العد : إذا كان هناك إجراء معين يتم بـ م١ طريقة ثم يتبعه إجراء معين يتم بـ م٢ طريقة فإن الإجراءين يتم بـ م١ × م٢ طريقة .

- احتمال أي حدث منتظم = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فراغ العينة}}$

- عدد المصافحات : عدد المصافحات التي تتم بين مجموعة من الأشخاص عددهم ن هو : $\binom{ن}{٢} = \frac{ن \times (ن - ١)}{٢}$

مثال : تقابل ٦ أشخاص في مكان ما ، إذا صافح كل شخص منهم الآخر مرة واحدة فقط . فكم عدد المصافحات التي تمت ؟

الحل : عدد المصافحات = $\binom{٦}{٢} = \frac{٦ \times (٦ - ١)}{٢} = \frac{٣٠}{٢} = ١٥$

ثالثًا : الهندسة

التعريفات والقوانين

هندسة الإحداثيات :

المسافة بين نقطتين :

المسافة بين نقطتين (س ١ ، ص ١) ، (س ٢ ، ص ٢) تساوي :

$$\sqrt{(س_١ - س_٢)^٢ + (ص_١ - ص_٢)^٢}$$

منتصف القطعة المستقيمة :

النقطة المنصفة بين النقطتين (س ١ ، ص ١) ، (س ٢ ، ص ٢) هي :

$$\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$$

إيجاد الميل باستخدام نقطتين :

ميل المستقيم المار بالنقطتين (س ١ ، ص ١) ، (س ٢ ، ص ٢) هو :

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

إيجاد الميل باستخدام معادلة المستقيم :

ميل المستقيم الذي معادلته ص = أ س + ب هو أ

معادلة المستقيم المار بنقطتين :

معادلة المستقيم المار بالنقطتين (س ١ ، ص ١) ، (س ٢ ، ص ٢) هي :-

$$\frac{ص - ص_١}{س - س_١} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

(ص − ص ١) = الميل (س − س ١)

يقال عن مستقيمين إنهما متوازيان عندما لا يلتقيان أبداً مهما امتدا

ويلاحظ أن المستقيمين المتوازيين يكون لهما نفس الميل

بمعنى أن : $م_١ = م_٢$

يقال عن مستقيمين إنهما متعامدان إذا كانت الزاوية بينهما قائمة (٩٠ درجة) ويلاحظ أن المستقيمين المتعامدين يكون ميل أحدهما مساوياً لمقلوب ميل الآخر مع عكس الإشارة .

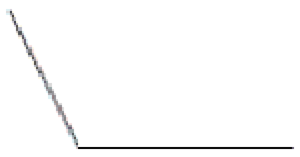
التعريفات والقوانين

المستقيمات والزوايا :

أنواع الزوايا :


حادة


قائمة

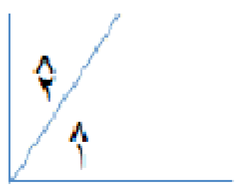

منفرجة

- الزاوية الحادة : هي زاوية قياسها أقل من ٩٠ درجة .
- الزاوية القائمة : هي زاوية قياسها ٩٠ درجة .
- الزاوية المنفرجة : هي زاوية قياسها أكبر من ٩٠ درجة وأقل من ١٨٠ درجة .
- الزاوية المستقيمة : هي زاوية قياسها ١٨٠ درجة

مستقيمة

الزوايا المتتامة :

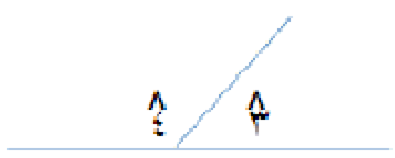
تكون الزاويتان متتامتين إذا كان مجموعهما ٩٠ درجة .



الزاويتان ١ ، ٢ متتامتان لأن : ١̂ + ٢̂ = ٩٠

الزوايا المتكاملة :

تكون الزاويتان متكاملتين إذا كان مجموعهما ١٨٠ درجة .



الزاويتان ٣ ، ٤ متكاملتان لأن : ٣̂ + ٤̂ = ١٨٠

المستقيمات المتقاطعة :

- الزوايا المتجاورة متكاملة أي (أ + ل = ١٨٠ درجة)
- الزوايا الرأسية متساوية (تقابل بالرأس) أي (ك = ل)

المستقيمات المتوازية والمستقيم القاطع لها :

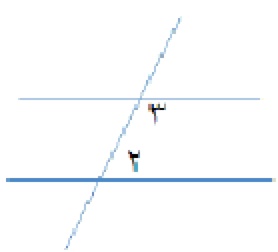
- المستقيم القاطع لمستقيمين متوازيين يكون أربع زوايا حادة

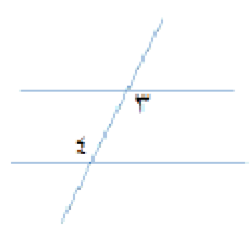
(أ ، د ، هـ ، ن) كلها متساوية . وأربع زوايا منفرجة (ب ، جـ ، ك ، ل) كلها متساوية .

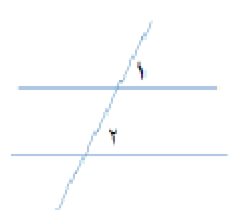
- أي زاوية حادة متكاملة مع أي زاوية منفرجة مثلاً أ مع ك متكاملتين .

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن :

- كل زاويتين متناظرتين متساويتين . (الزاوية ١ = الزاوية ٢)
- كل زاويتين متبادلتين متساويتين . (الزاوية ٣ = الزاوية ٤)
- كل زاويتين داخلتين وفي جهة واحدة من القاطع مجموعهم ١٨٠ درجة .



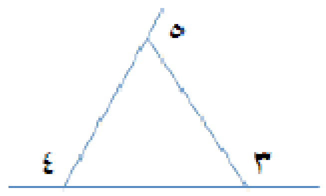




قياس الزاوية ٣ + قياس الزاوية ٢ = ١٨٠°

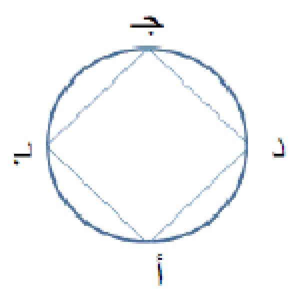
التعريفات والقوانين

حقائق :



٣̂ + ٤̂ + ٥̂ = ٣٦٠

- مجموع الزوايا الخارجية للمثلث = ٣٦٠ درجة

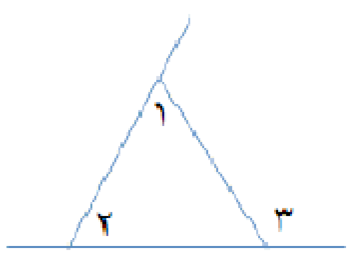


أ̂ + جـ̂ = ١٨٠ درجة

ب̂ + د̂ = ١٨٠ درجة

- في الشكل الرباعي الدائري فيه كل زاويتين متقابلتين مجموعهما = ١٨٠ درجة

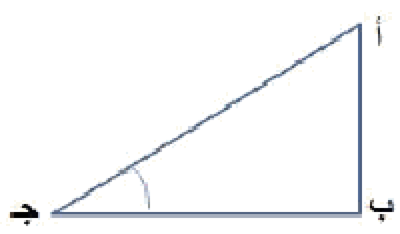
- مجموع زوايا المثلث الداخلية = ١٨٠ درجة .
- مجموع زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠ درجة .
- مجموع زوايا أي مضلع = (ن – ٢) × ١٨٠ حيث ن = عدد الأضلاع
- لحساب الزاوية في مضلع منتظم = $\frac{(ن - ٢) \times ١٨٠}{ن}$



٣̂ = ١̂ + ٢̂

- مجموع أي ضلعين في مثلث أكبر من الضلع الثالث .
- الزاوية الخارجة في مثلث = مجموع الزاويتين الداخلتين ما عدا المجاور لها .

نظرية فيثاغورث :



(الوتر)^2 = (المقابل)^2 + (المجاور)^2

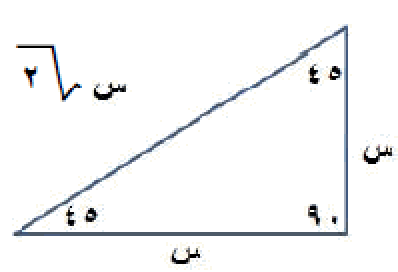
| أ جـ |^2 = | أ ب |^2 + | ب جـ |^2

الأعداد الشهيرة في نظرية فيثاغورث :

(٣ ، ٤ ، ٥) ، (٦ ، ٨ ، ١٠) ، (٩ ، ١٢ ، ١٥) ، وهكذا

(٥ ، ١٢ ، ١٣) ، (١٠ ، ٢٤ ، ٢٦) ، (١٥ ، ٣٦ ، ٣٩) ، وهكذا

في المثلث القائم الزاوية والمتطابق الضلعين :

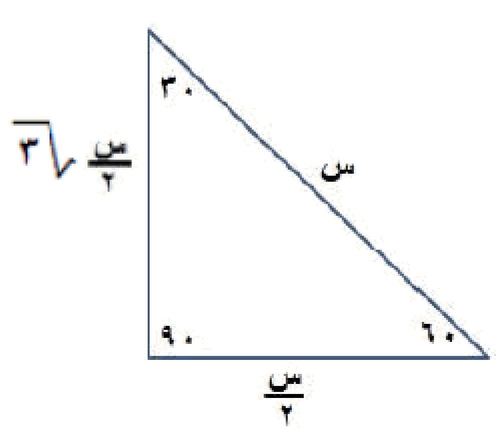


يكون قياس زاويتيه الحادتين = ٤٥ درجة

طول الوتر = طول أحد ضلعي الزاوية القائمة × $\sqrt{٢}$

طول ضلع الزاوية القائمة = $\frac{\text{طول الوتر}}{٢}$ × $\sqrt{٢}$

المثلث الثلاثيني الستيني :



هو مثلث قائم الزاوية ، قياس زاويتيه الحادتين هما ٣٠ درجة ، ٦٠ درجة ويكون

طول الضلع المواجه للزاوية ٣٠ = $\frac{\text{طول الوتر}}{٢}$

طول الضلع المواجه للزاوية ٦٠ = $\frac{\text{طول الوتر}}{٢}$ × $\sqrt{٣}$

ثالثًا : الهندسة

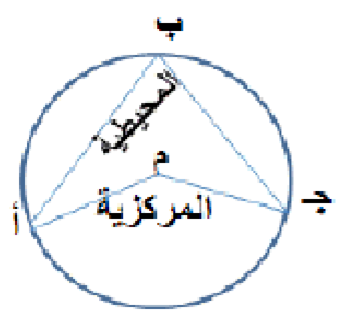
التعريفات والقوانين

الدائرة :

محيط الدائرة = ٢ ط نق

مساحة الدائرة = ط نق^{٢}

الزاوية المركزية :



هي زاوية يقع رأسها على مركز الدائرة (م)

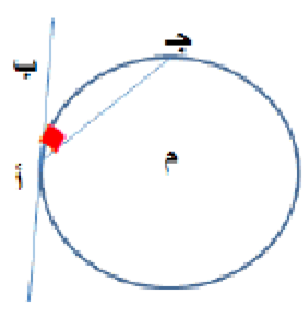
قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المحدد بين ضلعيها = أ م̂ جـ

الزاوية المحيطية :

هي زاوية ضلعاها وتران في الدائرة ورأسها يقع على محيط الدائرة أ ب̂ جـ

الزاوية المركزية = ٢ × الزاوية المحيطية (المشتركة معها بالقوس)

الزاوية المماسية :



هي زاوية رأسها على محيط الدائرة وأحد ضلعيها وتر في الدائرة والآخر مماس لهذه الدائرة

- قياس الزاوية المماسية = نصف قياس القوس المحدود بضلعيها على الدائرة .

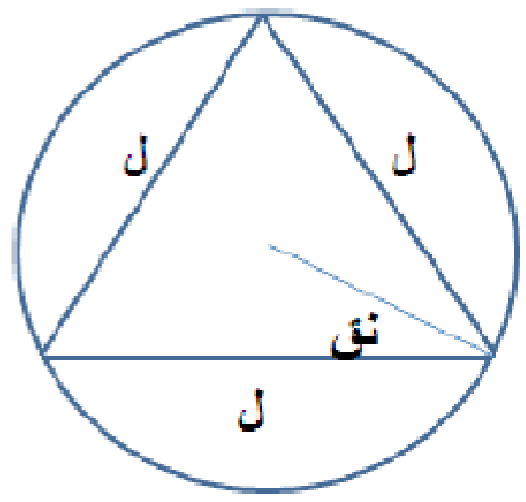
- قياس الزاوية المماسية = نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس .

- قياس الزاوية المماسية = قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس.

ثالثًا : الهندسة

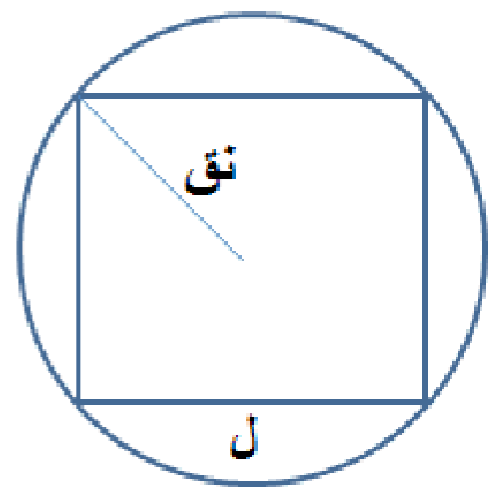
التعريفات والقوانين

مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل دائرة :



ل = نق × $\sqrt{٣}$

مربع مرسوم داخل دائرة :



ل = نق × $\sqrt{٢}$

سداسي منتظم مرسوم داخل دائرة :

ل = نق

السداسي :

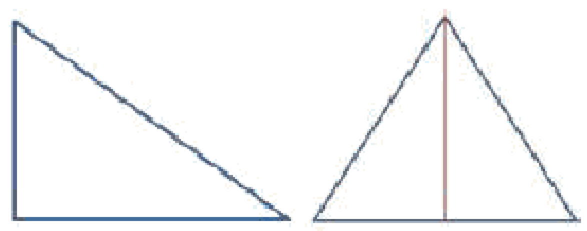
مساحة السداسي المنتظم = $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$ ل^{٢} **حيث (ل طول الضلع)**

ثالثًا : الهندسة

التعريفات والقوانين

المثلث :

مساحة المثلث بمعلومية قاعدته وارتفاعه :



م = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع

محيط المثلث = مجموع اطوال اضلاعه

محيط المثلث المتطابق الأضلاع = ٣ × طول ضلعه

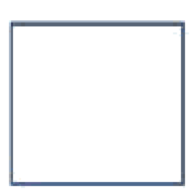
المثلث المتطابق الضلعان :

له ضلعان متساويان و تكون الزاويتان المقابلتان للضلعين المتساويين متساويتين .

المثلث المتطابق الأضلاع :

تكون جميع أضلاعه متساوية وكذلك جميع زواياه متساوية وكل زاوية تساوي ٦٠ درجة .

المربع :



مساحة المربع = ل^{٢}

محيط المربع = ٤ ل

حيث ل = طول الضلع

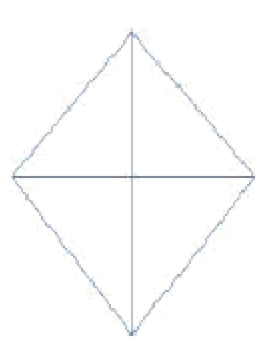
مساحة المربع بمعلومية قطره = $\frac{١}{٢}$ × (القطر)^{٢}

المستطيل :

مساحة المستطيل = الطول × العرض

محيط المستطيل = ٢ (الطول + العرض)

المعين :



مساحة المعين بمعلومية قطرية :

م = $\frac{١}{٢}$ × (طول القطر الأول) × (طول القطر الثاني)

محيط المعين = ٤ × طول ضلعه

التعريفات والقوانين

متوازي الأضلاع :

مساحة متوازي الأضلاع :

م = ق × ع = القاعدة × الارتفاع

محيط متوازي الأضلاع :

المحيط = ٢ × (مجموع طول الضلعين المتجاورين)

شبة المنحرف :

مساحة شبة المنحرف = نصف مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

مساحة شبة المنحرف = $\frac{ق_١ + ق_٢}{٢} \times ع$

محيط شبة المنحرف = مجموع أطوال أضلاعه

حقائق :

المضلع المنتظم : هو مضلع فيه أضلاعه متطابقة وزواياه متطابقة

- **عدد الأقطار الخارجة من إحدى رؤوس مضلع = (ن – ٣) حيث ن عدد الأضلاع .**
- **عدد الأقطار في مضلع =** $\frac{ن}{٢} \times (ن - ٣)$

أمثلة على المضلع المنتظم :-

مثلث متساوي الأضلاع – المربع – الخماسي المنتظم – السداسي المنتظم .

محيط أي مضلع = مجموع أطوال أضلاعه

محيط المضلع المنتظم = طول ضلعه × عدد أضلاعه

التعريفات والقوانين

المجسمات :

المجسمات المضلعة :

مثل المكعب – متوازي المستطيلات – المنشور – الهرم

المجسمات غير المضلعة :

مثل الأسطوانة – المخروط – الكرة

متوازي المستطيلات :

مساحة سطح متوازي المستطيلات = ٤ (الطول × العرض) + ٢ (العرض × الارتفاع)

مساحة سطح متوازي المستطيلات = مجموع مساحة الأوجه الستة المستطيلة

حجم متوزاي المستطيلات = الطول × العرض × الارتفاع

طول القطر في متوازي المستطيلات = $\sqrt{(\text{العرض})^{٢} + (\text{الطول})^{٢} + (\text{الارتفاع})^{٢}}$

المكعب :

المساحة الجانبية = ٤ × (طول الضلع)^{٢}

المساحة الكلية = ٦ × (طول الضلع)^{٢}

حجم المكعب = (طول الضلع)^{٣}

الأسطوانة :

المساحة الجانبية = ٢ ط نق ع

المساحة الكلية = ٢ ط نق ع + ٢ ط نق^{٢}

حجم الأسطوانة = ط نق^{٢} ع

حيث ع الارتفاع ، نق نصف قطر القاعدة

التعريفات والقوانين

المخروط :

مساحة سطح المخروط = ط نق ل + ط نق^{٢}

حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} ع

حيث ل الراسم ، ع الارتفاع ، نق نصف القطر

الكرة :

مساحة سطح الكرة = ٤ ط نق^{٢}

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ ط نق^{٣}

الهرم :

المساحة الجانبية = $\frac{١}{٢}$ محيط القاعدة × ارتفاع الوجه الجانبي

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

الحجم = $\frac{١}{٣}$ (مساحة القاعدة × الارتفاع)

المنشور :

المساحة الجانبية للمنشور القائم = محيط القاعدة × الارتفاع

المساحة الكلية للمنشور القائم = المساحة الجانبية + ٢ مساحة القاعدة

حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع